

# บรานซ์แอนด์บาวด์คัทแบบปรับปรุงสำหรับปัญหาการจัด ตารางงานสำหรับงานรับทำตามสั่ง

MODIFIED BRANCH AND BOUND CUT FOR JOBSHOP SCHEDULING PROBLEM

อัศวิน วงศ์วัฒน์

ภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหกรรม

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีปทุม

E-mail : asawin.wo@spu.ac.th

## บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอการปรับปรุงวิธี Branch and Bound (B&B) เนื่องจากวิธีนี้สามารถหาค่าคำตอบที่เป็น Global optimal ได้ดีแต่มีข้อเสียคือถ้าปัญหามีขนาดใหญ่ขึ้นจะใช้เวลาในการแก้ปัญหาจำนวนมาก โดยที่วิธีที่นำเสนอจะสามารถลดเวลาในการหาค่าคำตอบ แต่เวลาที่ลดลงในการหาค่าคำตอบนั้นจะลดโอกาสในการได้มาซึ่งคำตอบที่เป็น ค่าคำตอบที่ดีที่สุด แต่วิธี Modified Branch and Bound (MB&B) สามารถทำให้มีการลู่เข้าในการหาค่าคำตอบโดยมีการเปรียบเทียบกับ ปัญหามาตรฐาน ได้แก่ FT06, FT10, LA19, LA20 โดยพบว่าในการหาค่าด้วยวิธี MB&B จะใช้เวลาในการหาค่าคำตอบน้อยกว่าวิธี B&B แบบธรรมดา

**คำสำคัญ :** บรานซ์แอนด์บาวด์, โมดิฟายด์บรานซ์แอนด์บาวด์, งานรับทำตามสั่ง

## ABSTRACT

This paper presents a way to improve the Branch and Bound (B & B) method, because although this method can find the Global optimal answer well, its disadvantage is that if the problem is large, it will take a very long time to resolve. The proposed method can reduce the time to find the answers, but the reduced time to find the answers also reduces the chances to find the best answer to the Global optimum approach. However, the Modified Branch and Bound (MB & B) method enables the convergence of finding the answer when compared to the standard problems including the FT06, FT10, LA19, and LA20. It is found that the MB&B method requires less time to find the answers than the ordinary B&B method.

**KEYWORDS :** Branch and Bound, Modified Branch and Bound, Job shop scheduling

## คำนำ

ปัญหาการจัดลำดับตารางงานสำหรับการผลิต นั้นมีนิยามตาม (Conway et al., 1967) ให้คำจำกัดความไว้ว่า คือการจัดเรียงลำดับงานเพื่อการทำงานอย่างมีประสิทธิภาพ สำหรับทรัพยากรที่มีอยู่ ในการแก้ปัญหาการจัดลำดับการจัดตารางงาน สำหรับงานที่รับทำตามสั่งเป็นหนึ่งในปัญหาที่มีความซับซ้อนที่มีการนำเสนอ วิธีในการแก้ปัญหาลากหลายแนวคิดโดยสรุปแนวทางในการแก้ปัญหาที่มีอยู่ 2 กลุ่ม โดยแบ่งตามลักษณะคำตอบที่ได้ โดยแนวทางแรกเป็นการแก้ปัญหาแล้วสามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดได้ (Optimal solution) แต่วิธีนี้จะมีข้อเสียตรงที่ว่าถ้าปัญหาที่มีขนาดใหญ่ขึ้น วิธีที่แน่นอน Exact Solution นั้น จะไม่สามารถแก้ปัญหาในเวลาที่เหมาะสมได้ ลักษณะปัญหาแบบนี้เข้าข่ายกรณีที่เรียกว่า เป็นปัญหาแบบ NP (Non-Polynomial) คือเป็นปัญหาที่ไม่สามารถแก้ได้ในเวลาอันสั้น หรืออาจจะใช้เวลานานเกินไป เช่น 10ปี-100 ปี เป็นต้น หรืออาจจะกล่าวอีกนัย หนึ่งได้ว่าถ้าขนาดของปัญหาเพิ่มขึ้น ความซับซ้อนของการหาคำตอบก็จะเพิ่มขึ้นเป็นแบบทวีคูณ หรือ เป็นแบบ Exponential สำหรับกรณีงานรับทำตามสั่งความซับซ้อนสามารถคำนวณได้จาก สูตร  $(n!)^m$  โดย n แทนด้วยจำนวน งาน m แทนด้วยจำนวนเครื่องจักร จะสังเกตได้ว่าไม่ว่าจำนวนของงานจะเพิ่มขึ้นหรือจำนวนเครื่องจักรเพิ่มล้นแต่เพิ่มความซับซ้อน

แบบทวีคูณ แนวทางในการแก้ปัญหาในกลุ่มที่สองจึงสามารถช่วยในการแก้ปัญหาในกลุ่มแรกได้ โดยการแก้ปัญหาค่าคำตอบที่เป็นเวลาที่ดี แต่อาจจะไม่ใช่คำตอบที่ดีที่สุด โดยที่เวลาในการแก้ปัญหาสั้นกว่าแบบแรก วิธีในกลุ่มนี้ได้แก่ Genetic Algorithm, Tabu Search, Simulated Annealing, Ant Colony Optimization หรือวิธีการที่เป็น Heuristic ทั้งหลาย ในบทความนี้จะเน้นวิธีการหาค่าคำตอบเป็นแบบ Heuristic โดยนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาด้วยวิธี MB&B

ตารางที่ 1 ตารางเปรียบเทียบวิธีการในการแก้ปัญหาของการจัดตารางงานของงานรับทำตามสั่ง โดยในแต่ละวิธีที่แสดงในตารางที่ 1 นั้น สามารถแบ่งออกได้เป็นสองส่วนใหญ่ๆ คือ วิธีที่เป็น Exact Solution ซึ่งได้แก่วิธี B&B นำเสนอโดยGraham (1966), Jose (2007) โดยเน้นปัญหาในด้านการจัดลำดับในการผลิตเป็นหลัก แต่เนื่องจากติดข้อจำกัดในปริมาณของข้อมูลในการคำนวณที่เป็น NP Hard ดังที่ได้กล่าวข้างต้น จึงมีผู้เสนอวิธีที่เรียกว่า Heuristic เป็นวิธีที่สามารถหาคำตอบได้ในเวลาที่ต้องการแต่อาจไม่ใช่คำตอบที่ดีที่สุด แต่คำตอบอาจเป็นคำตอบที่ดี เช่น วิธี Genetic Algorithm นำเสนอโดย Davis (1985), Jose (2005) ที่จำลองการคัดเลือกสายพันธุ์ที่ดีที่สุดไว้จากการผสมพันธุ์ หรืออาจจะเป็นวิธีที่นำสองวิธีมารวมกัน เช่น Petri Net, Branch and Bound นำเสนอโดย Lloyd (1995),

ตารางที่ 1 แสดงถึงเวลาในการทำงานในแต่ละเครื่องจักรของ FT10

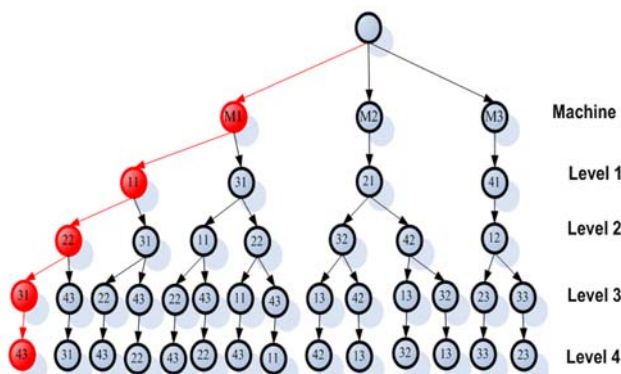
วิธีการ	เป้าหมาย	ผู้เขียน	ผลลัพธ์	ปัญหา
Branch and Bound	Minimize flow-line	Jose M. Framinan (2007)	Good solutions	Job shops, flow shop
Petri Net, Branch and Bound	Minimize makespan	Lloyd, S. and Yu, H. and Konstas (1995)	Improve optimal solution	Flexible job shop
Petri Net	Minimize makespan	Van der Aalst, (1996)	Solve 10 FT10	Job shop
Branch and Bound with Beam search	Minimize makespan and mean tardiness	Sabuncuoglu, M. Bayiz (1999)	Local optimal, global optimal	Job shop
Hybrid Genetic Algorithm	Minimize makespan	Jose Fernando Goncalves (2005)	Optimal or near-optimal	Job shop
Branch and Bound	Minimize makespan	Gonzalo Mejia, (2005)	Near-optimal	Job shop
Mixed integer	Sequence dependent setup times and costs	Satyaki, Rakesh (2005)	Near-optimal	Parallel work, dependent setup times and costs
Lowest Makespan Cut	Minimize makespan	Asawing and Erik L.J. Bohez (2013)	Optimal and near optimal	Job shop

Sadrieh (2007) และ Wongwiwat (2013) ในวิธีอื่นๆ ที่มีการนำเสนอ เช่น วิธี Petri Net ที่มีการเริ่มต้นจากงานทางด้านโครงข่ายก็มีการนำมาประยุกต์ใช้ในการจัดลำดับเช่นกัน ยกตัวอย่างเช่น ในงาน Jobshop นำเสนอโดย Van (1996), Gonzalo (2005) วิธี Beam search นำเสนอโดย Sabuncuoglu (1999) เป็นอีกหนึ่งวิธีที่นำมาใช้ในงานจัดลำดับเช่นกัน

### แนวคิดของ Branch and Bound

หลักการของ B&B มีหลักการในการหาค่าคำตอบนั้น มีขั้นตอนในการหาอยู่ 3 ขั้นตอน เริ่มต้นจาก การหา Bounding function ทำการหาค่าขีดจำกัดบน (Upper bound) และขีดจำกัดล่าง (Lower Bound) แล้วทำการเปรียบเทียบค่าคำตอบที่ได้มาจากการแตกกิ่งถ้าค่าคำตอบมากกว่าค่าขีดจำกัดบน ให้ทำการตัดค่าคำตอบนั้นทิ้งออกไป เรียกวิธีการนี้ว่า การทอนกิ่ง (Pruning) กลยุทธ์ในการเลือกค่าคำตอบ สุดท้ายเป็นการแตกกิ่ง (Branching) เมื่อทำการทอนกิ่งจนไม่สามารถทอนได้อีกต่อไป ค่าคำตอบที่เหลือก็คือคำตอบที่ดีที่สุด แต่ด้วยวิธีการหาค่าคำตอบของ B&B นั้นจะมีข้อด้อยอยู่ที่ ต้องทำการเปรียบเทียบค่าคำตอบที่ได้จากการแตกกิ่ง (Branching) ทุกค่าคำตอบเพื่อให้มั่นใจในค่าคำตอบว่า เป็นค่าคำตอบที่เป็น ค่าตอบที่เป็นไปได้ และเป็นคำตอบที่ดีที่สุด

Global optimal ดังนั้นการประยุกต์ใช้ในวิธี B&B จึงถูกจำกัดเพราะถ้าจำนวนงานที่เพิ่มขึ้นทำให้ค่าความซับซ้อนเพิ่มมากขึ้น แบบทวีคูณ (Exponential) ดังแสดงในรูปที่ 1



รูปที่ 1 แสดงถึงแนวทางในการหาค่าตอบของ Branch and bound Algorithm

1. แนวคิดของ Modified Branch and Bound  
แนวคิดของ MB&B เป็นวิธีที่จะลดเวลาในการหาค่าคำตอบในวิธี B&B โดยการเปลี่ยนการเริ่มต้นในการหาค่าคำตอบเริ่มต้นจาก Root node เป็นการหาค่าคำตอบ จากค่าคำตอบที่น้อยที่สุดในที่นี้เรียกว่า Lowest makespan (LM) โดยค่า LM มาจากผลรวมของเวลาในการผลิต (Processing Time) โดยไม่รวมเวลารอคอย (Waiting Time)

$$LM = \text{Min}_i \sum_{j=1}^m P_{ij}$$

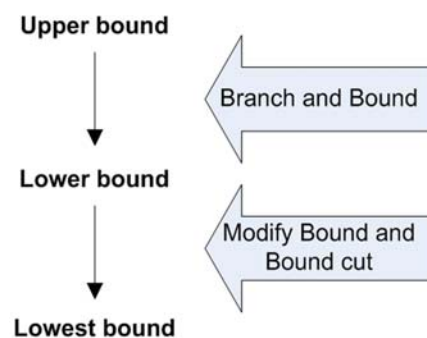
$P_{ij}$  = เวลาในการผลิต ผลิตภัณฑ์  $i$  ด้วยเครื่องจักร  $j$

$i = 1,2,3,\dots,n$

$j = 1,2,3,\dots,m$

$$NM = LM + LM * \alpha$$

ค่า LM จะเป็นค่าเริ่มต้นในการคำนวณหาค่าคำตอบของวิธี MB&B แทนที่จะเริ่มต้นที่ Root node ตามวิธีของ B&B ทำให้สามารถลดเวลาในการคำนวณเปรียบเทียบค่าคำตอบลงได้ แนวคิดของวิธี MB&B มาจากการปรับปรุงวิธีการค้นหาค่าคำตอบของวิธี B&B และวิธีการเพิ่มและลดค่าคำตอบตามรูปที่ 2 ทำให้เกิดการลู่ออกของค่าคำตอบ โดยจะใช้ค่า  $\alpha$  เป็นตัวแปรที่จะใช้ในการปรับเพิ่ม หรือลดในส่วนของค่าที่จะใช้ในการคำนวณ โดยมาจากค่าตั้งต้นที่  $\alpha = 0.05$  เป็นค่าตั้งต้นที่กำหนดให้



รูปที่ 2 แสดงถึงแนวคิดของวิธี MB&B

### ขั้นตอนของวิธี MB&B

1.1 หาค่า LM

1.2 ตรวจสอบความเป็นไปได้ของค่า LM (Feasibility check)

1.3 กำหนดค่า  $\alpha$

1.4 ทำการหาค่า New Makespan (NM)

1.5 ทดสอบช่วงของ NM

ถ้ามากกว่า Optimal solution ให้ทำการปรับลดค่า

$$NM (NM_{a+1} = NM_a - NM_a * \alpha)$$

ถ้าน้อยกว่า Optimal solution ให้ทำการปรับเพิ่มค่า

$$NM (NM_{a+1} = NM_a + NM_a * \alpha)$$

1.6 ทำการปรับจนได้ค่า 2 ค่า คือ ค่าที่มากกว่า optimal solution และค่าที่น้อยกว่า optimal solution เป็นช่วงค่าที่ครอบคลุมค่า optimal solution

1.7 นำช่วงค่าจากข้อ 3.6 มาหาโดยการเปรียบเทียบกับค่าช่วงที่เหลือ

ตารางที่ 2 และตารางที่ 3 เป็นข้อมูลของปัญหามาตรฐาน FT10 เพื่อใช้ในการคำนวณหาค่า Makespan ซึ่งจะแสดงผลในการคำนวณในรูปของ Gantt Chart ดังแสดงในตารางที่ 4 ในการคำนวณใช้โปรแกรม Matlab 7 R14 ประมวลผลด้วย CPU Intel core i 5 Ram 8 Gb

ตารางที่ 2 แสดงถึงลำดับของงานในแต่ละเครื่องจักรของ FT10

Job No.	Machine sequence									
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	1	3	5	10	4	2	7	6	8	9
3	2	1	4	3	9	6	8	7	10	5
4	2	3	1	5	7	9	8	4	10	6
5	3	1	2	6	4	5	9	8	10	7
6	3	2	6	4	9	10	1	7	5	8
7	2	1	4	3	7	6	10	9	8	5
8	3	1	2	6	5	7	9	10	8	4
9	1	2	4	6	3	10	7	8	5	9
10	2	1	3	7	9	10	6	4	5	8

### 2. การเปรียบเทียบ

ในการเปรียบเทียบค่าคำตอบจากวิธีการ B&B และวิธี MB&B โดยการเปรียบเทียบจากปัญหามาตรฐานในที่นี้ใช้ FT6, FT10, LA19, LAT20 เพื่อเปรียบเทียบ เวลาในการหาค่าคำตอบ และค่าคำตอบที่ได้ เพื่อเปรียบเทียบกับค่า Best Known Solution ในปัจจุบัน

ตารางที่ 3 แสดงถึงเวลาในการทำงานในแต่ละเครื่องจักรของ FT10

Job No.	Processing time									
1	29	78	9	36	49	11	62	56	44	21
2	43	90	75	11	69	28	46	46	72	30
3	91	85	39	74	90	10	12	89	45	33
4	81	95	71	99	9	52	85	98	22	43
5	14	6	22	61	26	69	21	49	72	53
6	84	2	52	95	48	72	47	65	6	25
7	46	37	61	13	32	21	32	89	30	55
8	31	86	46	74	32	88	19	48	36	79
9	76	69	76	51	85	11	40	89	26	74
10	85	13	61	7	64	76	47	52	90	45

#### ขั้นตอนในการแก้ปัญหา

Step 1: กำหนดค่าเริ่มต้นให้กับ  $\alpha = 5\%$

Step 2: หาค่า Lowest Makespan

$$PJ_1 = \text{Max} (29+78+9+36+49+11+62+56+44+21) = 395$$

$$PJ_2 = \text{Max} (43+90+75+11+69+28+46+46+72+30) = 510$$

$$PJ_3 = 568$$

$$PJ_4 = 655$$

$$PJ_5 = 393$$

$$PJ_6 = 496$$

$$PJ_7 = 416$$

$$PJ_8 = 539$$

$$PJ_9 = 597$$

$$PJ_{10} = 540$$

$$PJ = \text{Max} (PJ_1, \dots, PJ_{10}) = 655$$

หาค่า Lowest Makespan จากรวมผลค่าเวลาในการผลิตจากเครื่องจักร (PM)

$$PM = \text{Max} (493, 548, 556, 631, 534, 416, 491, 499, 531, 410) = 631$$

$$\text{Lowest Makespan} = \text{max} (PM, PJ) = (631, 655) = 655$$

Step 3: หาค่า New Makespan เพื่อทำการเปรียบเทียบ

$$PJ_1 = \text{Max} (29+78+9+36+49+11+62+56+44+21) = 395$$

$$PJ_2 = \text{Max} (43+90+75+11+69+28+46+46+72+30) = 510$$

$$PJ_3 = 568$$

$$PJ_4 = 655$$

$$PJ_5 = 393$$

$$PJ_6 = 496$$

$$PJ_7 = 416$$

$$PJ_8 = 539$$

$$PJ_9 = 597$$

$$PJ_{10} = 540$$

$$PJ = \text{Max} (PJ_1, \dots, PJ_{10}) = 655$$

หาค่า Lowest Makespan จากผลรวมเวลาในการผลิตโดยคิดที่เครื่องจักรเป็นหลัก (PM)

$$PM = \text{Max} (493, 548, 556, 631, 534, 416, 491, 499, 531, 410) = 631$$

$$\text{Lowest Makespan} = \text{max} (PM, PJ) = (631, 655) = 655$$

$$NM_0 = LM + \alpha * LM$$

$$NM_1 = 655 + 0.05 * 655 = 689$$

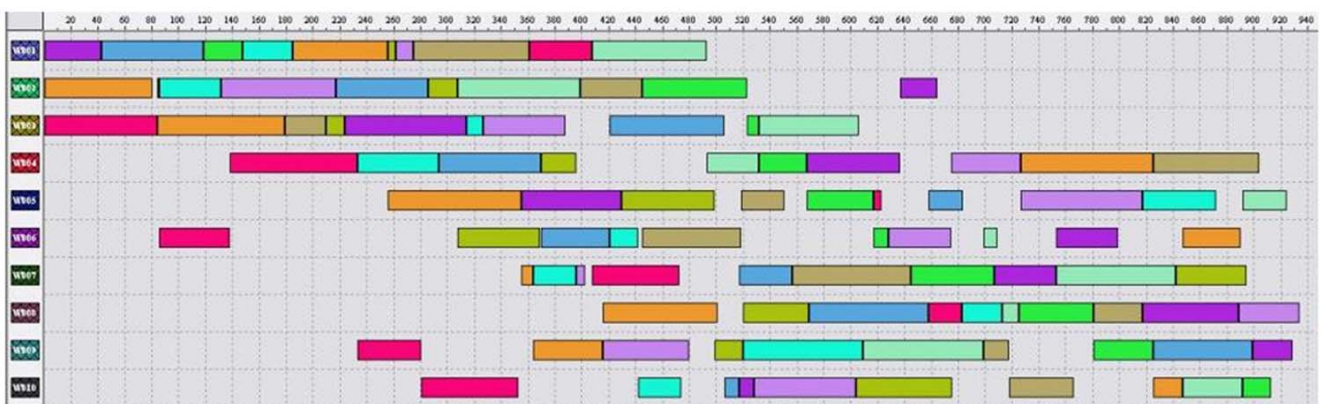
ในการคำนวณในรอบที่ 9 ค่าของ NM = 957 และทำการลดค่า  $\alpha$  ลงเพื่อต้องการให้ค่าคำตอบเข้าสู่ Global optimize NM = 957 - 957 \* 0.05 = 909.15. จะได้ค่า Lower bound ตามแบบของ B&B ในส่วนของค่า Upper bound มีค่าเท่ากับ 957 ดังนั้นค่าคำตอบที่ดีที่สุดนั้นควรจะอยู่ระหว่างสองค่านี้ 909.15 and 957 เมื่อได้ ขอบเขตมาแล้วจึงทำการหาค่าคำตอบ ได้ค่าคำตอบ 930

ในตารางที่ 5 แสดงถึงผลสรุปเมื่อทำการเปรียบเทียบวิธี MB&B และ วิธี B&B โดยทดสอบกับ ปัญหามาตรฐาน FT6, FT10, LA19, LA20 จากการคำนวณ แสดงให้เห็นว่าเวลาในการหาคำตอบด้วยวิธี MB&B นั้นใช้เวลาในการคำนวณที่สั้นกว่า แต่ค่าคำตอบของวิธี B&B จะดีกว่า ในส่วนของ LA19

ตารางที่ 5 ผลการทดลองสำหรับ FT6, FT10, LA19, LA20

ปัญหา	ขนาด	LM	เวลา (วินาที)		คำตอบ		
			MB&B	B&B	MB&B	B&B	BKS
FT06	6x6	47	53	57	55	55	55
FT10	10x10	655	723	939	930	930	930
LA19	10x10	685	533	855	843	842	842
LA20	10x10	756	898	910	902	902	902

ตารางที่ 4 แสดงถึง Gantt chart ของค่าคำตอบเริ่มต้น



## สรุปผล

วิธี Modified Branch and Bound ช่วยลดเวลาในการหาค่าคำตอบโดยเฉลี่ย 17.25% ในค่าคำตอบที่เท่ากัน โดยที่เวลาจะผันแปรกับค่า  $\alpha$  ถ้าค่า  $\alpha$  มากจะหาค่าคำตอบได้เร็วแต่ค่าคำตอบอาจจะได้คุณภาพที่ด้อยลงเนื่องจากช่วงในการหามีค่ามากทำให้ช่วงการหาห่าง แต่ถ้าลดค่า  $\alpha$  ลงค่าคำตอบจะดีขึ้น แต่เวลาในการหาจะเพิ่มขึ้น การประยุกต์ใช้สำหรับวิธี MB&M สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการวางแผนการผลิตในโรงงานอุตสาหกรรม หรือ สถานประกอบการที่เกี่ยวข้องกับการจัดลำดับ เช่น การจัดลำดับการเดินรถ การจัดคิวสำหรับการให้บริการ รับสำหรับงานในอนาคต อาจเพิ่มความซับซ้อนสำหรับการ Setup เครื่องจักร

## บรรณานุกรม

- Conway, R.W., Maxwell, W.L., Miller, L.W. 1967. **Theory of Scheduling**, Reading, MA. : Addison-Wesley,
- Davis, L. 1985. "Job shop scheduling with genetic algorithms", **Proceedings of the First International Conference on Genetic Algorithms**, Mahwah, NJ. : Lawrence-Erlbaum, 136-40.
- Gonzalo, M. 2005. "An approach using Petri Nets and improved heuristic search for manufacturing system scheduling". **Journal of Manufacturing Systems**, 24(2): 79-92.
- Graham, R. 1966. "Bounds for certain multiprocessing anomalies". **Bell System Technical Journal**, 45: 1563-1581.
- Jose F. G., Jorge, J. d., & Mauricio, G.C. 2005. "A hybrid genetic algorithm for the job shop scheduling problem." **European Journal of Operational Research**, 167: 77- 95.
- Jose F. 2007. "An adaptive branch and bound approach for transforming job shops into flow shops." **Computers & Industrial Engineering**, 52: 1-10.
- Land, A.H.; Doig, A.G. 1960. "An Automatic Method of Solving Discrete Programming Problems." **Econometrica**, 28(3): 497-520.
- Lloyd, S., Yu, H., & Konstas, N. 1995. "FMS scheduling using Petri net modeling and a branch & bound search." **Proceedings of the IEEE International Symposium on Assembly and Task Planning**. Pittsburgh, USA, 211-216.
- Satyaki, G. D. & Rakesh, N. 2005. "Scheduling injection molding operations with multiple resource constraints and sequence dependent setup times and costs." **Computers & Operations Research**, 32: 2987-3005.
- Sabuncuoglu, M. B. 1999. "Job shop scheduling with beam search." **European Journal of Operational Research**, 118: 390-412.
- Sadrieh, M. G, Bahri, P. A., & Lee, P.L, 2007. "An integrated Petri net and GA based approach for scheduling of hybrid plants." **Computers in Industry**, 58: 519-530.
- Van, d. A.1996. " Petri net based scheduling." **OR Spektrum**, 18: 219-229.
- Wongwiwat, A., & Bohez, E. L.J. 2013. "Production scheduling for injection molding manufacture using Petri Net model". **Assembly Automation**, 33(1): 282-293.



### >> ดร.อัศวิน วงศ์วิวัฒน์

สำเร็จการศึกษาปริญญาเอก สาขา Industrial System Engineering จาก Asian Institute of Technology ปริญญาโท สาขา Industrial System Engineering จาก Asian Institute of Technology ปริญญาตรี สาขาวิศวกรรมอุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยขอนแก่น ปัจจุบันทำงานเป็นประจำสาขาวิชาวิศวกรรมอุตสาหกรรม ภาควิชาวิศวกรรมระบบเครื่องกลและนวัตกรรมอุตสาหกรรม คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีปทุม